



PROFESSOR DE MATEMÁTICA – 11 A 30

11. (PSPT/CRATO) Considere as seguintes proposições:

- P : “O aluno estuda diariamente.”
- Q : “O aluno é aprovado na prova.”
- R : “O aluno realiza todos os exercícios da lista.”

Seja a proposição composta

$$A : (P \wedge R) \rightarrow Q.$$

Em linguagem corrente, qual das alternativas representa corretamente a proposição A ?

- A) “Se o aluno passa na prova, então ele estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista.”
- B) “O aluno passa na prova se, e somente se, ele estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista.”
- C) “Se o aluno estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista, então ele passa na prova.”
- D) “Se o aluno passa na prova, então ele não estuda todos os dias ou não faz todos os exercícios da lista.”
- E) “Se o aluno não estuda todos os dias, então ele não passa na prova.”

12. (PSPT/CRATO) Um número natural de três dígitos atende às seguintes condições:

- é múltiplo de 9;
- a soma de seus dígitos é igual a 18;
- o algarismo das centenas é o dobro do algarismo das unidades.

Quantos números diferentes satisfazem todas essas propriedades?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

13. (PSPT/CRATO) Em uma turma com 60 estudantes, sabe-se que:

- 30 gostam de Matemática;
- 28 gostam de Física;
- 26 gostam de Química;

- 18 gostam de Matemática e Física;
- 11 gostam de Matemática e Química;
- 7 gostam de Física e Química;
- 5 estudantes não gostam de nenhuma das três disciplinas.

Determine quantos alunos gostam das três disciplinas ao mesmo tempo (Matemática, Física e Química).

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

14. (PSPT/CRATO) Seja $f : [1, 10^6] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log x$. Determine o valor de máximo da função $g(x) = 4 \cdot [f(x)]^2 - 12 \cdot f(x) + 9$.

- A) 1
- B) 9
- C) 49
- D) 81
- E) 64

15. (PSPT/CRATO) Seja a equação $9^{x^2} - 10 \cdot 3^{x^2} + 9 = 0$. Calcule o produto da menor raiz pela maior raiz dessa equação.

- A) -5
- B) -3
- C) -2
- D) 0
- E) 1

16. (PSPT/CRATO) Seja f uma função real definida por

$$f(x) = \log_2(1 - |\log_3(x - 2)|)$$

Determine o domínio D de f e assinale a alternativa que o representa corretamente.

- A) $(\frac{7}{3}, 5)$
- B) $[3, 5)$
- C) $(3, 5)$
- D) $(2, 5)$
- E) $(2, 5) - \{3\}$



17. (PSPT/CRATO) Analise as afirmações a seguir sobre geometria plana e marque a alternativa que contém a sequência correta (V para verdadeiro, F para falso).

- () Em qualquer triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa divide o triângulo em dois outros triângulos semelhantes entre si e ao triângulo original.
- () Em um trapézio isósceles, as diagonais são sempre perpendiculares entre si.
- () A área de um paralelogramo é dada pelo produto das medidas de dois lados adjacentes.
- () As diagonais de um quadrado são congruentes e atuam como bissetrizes dos ângulos internos.
- () Se dois triângulos possuem dois lados respectivamente proporcionais e o ângulo entre eles congruente, então os triângulos são semelhantes.

- A) V – V – F – V – F
B) F – V – V – F – V
C) F – V – F – V – F
D) V – F – V – V – F
E) V – F – F – V – V

18. (PSPT/CRATO) Seja $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ a função tangente, $f(x) = \text{tg } x$. Considere as seguintes afirmações:

- I. O domínio D de f é o conjunto de todos os números reais exceto os valores $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- II. A função tangente é periódica com período π .
- III. Se $g(x) = \arctan(\text{tg } x)$, então g coincide com x para todo x em seu domínio.
- IV. A função f é ímpar, ou seja, $\text{tg}(-x) = -\text{tg } x$.
- V. No círculo unitário, $\text{tg } \theta$ é a distância do ponto $(\cos \theta, \sin \theta)$ até a origem.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações verdadeiras.

- A) I, II e IV
B) I, II, IV e V
C) II, III e IV
D) I, III e V
E) I, II, III, IV e V

19. (PSPT/CRATO) Considere um ângulo θ no ciclo trigonométrico. Analise as informações:

- I. Se θ pertence ao primeiro quadrante, então $\cos \theta$ e $\sin \theta$ são positivos.

II. O ângulo $\theta' = \pi - \theta$ tem o mesmo seno que θ .

III. Para todo θ no segundo quadrante, $\cos \theta$ é negativo e $\text{tg } \theta$ é positiva.

IV. Os pontos associados a θ e a $\theta + 2\pi$ são coincidentes no ciclo trigonométrico.

V. Se $\text{tg } \theta = 2$ e θ está no terceiro quadrante, então $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Assinale a alternativa correta.

- A) Apenas I, II e IV são verdadeiras.
B) Apenas I e III são verdadeiras.
C) Apenas II, IV e V são verdadeiras.
D) Apenas I, III e V são verdadeiras.
E) Todas as afirmações são verdadeiras.

20. (PSPT/CRATO) Considere os sistemas lineares

$$S_1 : \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2 : \begin{cases} (m+1)x + y = m+2 \\ 2x + (m-1)y = m+1 \end{cases}$$

onde $m \in \mathbb{R}$. **Assinale a alternativa correta.**

- A) Para todo $m \in \mathbb{R}$, os sistemas S_1 e S_2 são equivalentes.
B) Os sistemas S_1 e S_2 são equivalentes apenas para $m = \sqrt{3}$.
C) Os sistemas S_1 e S_2 são equivalentes apenas para $m = -\sqrt{3}$.
D) Os sistemas S_1 e S_2 são equivalentes apenas para $m = \pm\sqrt{3}$.
E) Os sistemas S_1 e S_2 são equivalentes para todo $m \in \mathbb{R}$, exceto para $m = \pm\sqrt{3}$.

21. (PSPT/CRATO) Se $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ o valor de $MN^{-1} - NM^{-1}$ é:

- A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
B) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$



22. (PSPT/CRATO) Considere a expressão

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)^{11}.$$

Determine o termo da expansão desse produto em potências de x que contém x^2 .

- A) -8
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 8

23. (PSPT/CRATO) Seis estudantes nomeados A, B, C, D, E e F , devem ocupar seis cadeiras enfileiradas para uma fotografia. É necessário que B e C não fiquem sentados lado a lado. Quantas disposições diferentes dos estudantes são possíveis nessa foto?

- A) 120
- B) 240
- C) 360
- D) 480
- E) 720

24. (PSPT/CRATO) Em uma faculdade, 40% dos estudantes estão matriculados em Engenharia e os demais em outros cursos. Sabe-se que 15% dos estudantes de Engenharia e 5% dos estudantes dos outros cursos participam de um grupo de pesquisa. Se um estudante escolhido aleatoriamente participa de um grupo de pesquisa, qual é a probabilidade de que ele seja do curso de Engenharia?

- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\frac{3}{5}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{4}{7}$
- E) $\frac{3}{7}$

25. (PSPT/CRATO) Sejam os polinômios

$$p(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 + (m-1)x - 2m$$

e

$$q(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5,$$

com $m \in \mathbb{R}$. Suponha que $r \in \mathbb{R}$ seja uma raiz comum de $p(x)$ e $q(x)$. Encontre o valor de m para que isso ocorra.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

26. (PSPT/CRATO) Considere o polinômio quadrático

$$p(x) = x^2 - 2(\cos \theta + \sin \theta)x + 1,$$

onde $\theta \in [0, \pi]$. Determine a quantidade de valores θ para os quais $p(x)$ possui uma raiz real dupla.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

27. (PSPT/CRATO) Encontre o menor número inteiro positivo m que satisfaça a igualdade

$$(1 + \sqrt{3}i)^m = (\sqrt{3} - i)^m.$$

- A) 8
- B) 7
- C) 6
- D) 5
- E) 4

28. (PSPT/CRATO) Considere um quadrado $ABCD$ de lado 8 e um trapézio isósceles $EFGH$ inscrito nesse quadrado. Os vértices do trapézio estão posicionados de tal forma que:

- E e F estão sobre o lado AB e o lado EF tem comprimento 6.
- G está sobre o lado BC e H está sobre o lado AD .



- As bases do trapézio são paralelas aos lados horizontais do quadrado: $EF \parallel GH \parallel DC$.
- Os lados não paralelos são iguais, $EH = FG$, e medem $\sqrt{37}$.

Escolhendo-se aleatoriamente um ponto P dentro do quadrado $ABCD$, qual é a probabilidade de que P pertença à região do trapézio $EFGH$?

- A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{5}{8}$
C) $\frac{11}{16}$
D) $\frac{21}{32}$
E) $\frac{13}{16}$

29. (PSPT/CRATO) O ponto $C(1, -1)$ é o centro do quadrado $ABCD$. Um dos lados do quadrado está contido na reta $r : x - 2y + 12 = 0$. Considerando esses dados, qual das afirmações a seguir sobre o quadrado é falsa?

- A) A área do quadrado é 180
B) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é $x - 2y - 18 = 0$
C) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é $2x + y + 14 = 0$
D) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é $2x + y - 16 = 0$
E) O perímetro do quadrado é $12\sqrt{5}$

30. (PSPT/CRATO) Determine o valor de m^2 para que a reta $y = 3x + m$ seja tangente à hipérbole

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{20} = 1.$$

- A) 1
B) 3
C) 9
D) 16
E) 25