



**PROFESSOR DE MATEMÁTICA – 11 A 30**

**11. (PSPT/CRATO) Considere as seguintes proposições:**

- $P$ : “O aluno estuda diariamente.”
- $Q$ : “O aluno é aprovado na prova.”
- $R$ : “O aluno realiza todos os exercícios da lista.”

**Seja a proposição composta**

$$A : (P \wedge R) \rightarrow Q.$$

**Em linguagem corrente, qual das alternativas representa corretamente a proposição  $A$ ?**

- A) “Se o aluno passa na prova, então ele estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista.”
- B) “O aluno passa na prova se, e somente se, ele estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista.”
- C) “Se o aluno estuda todos os dias e faz todos os exercícios da lista, então ele passa na prova.”
- D) “Se o aluno passa na prova, então ele não estuda todos os dias ou não faz todos os exercícios da lista.”
- E) “Se o aluno não estuda todos os dias, então ele não passa na prova.”

**12. (PSPT/CRATO) Um número natural de três dígitos atende às seguintes condições:**

- é múltiplo de 9;
- a soma de seus dígitos é igual a 18;
- o algarismo das centenas é o dobro do algarismo das unidades.

**Quantos números diferentes satisfazem todas essas propriedades?**

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**13. (PSPT/CRATO) Em uma turma com 60 estudantes, sabe-se que:**

- 30 gostam de Matemática;
- 28 gostam de Física;
- 26 gostam de Química;

- 18 gostam de Matemática e Física;
- 11 gostam de Matemática e Química;
- 7 gostam de Física e Química;
- 5 estudantes não gostam de nenhuma das três disciplinas.

**Determine quantos alunos gostam das três disciplinas ao mesmo tempo (Matemática, Física e Química).**

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

**14. (PSPT/CRATO) Seja  $f : [1, 10^6] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \log x$ . Determine o valor de máximo da função  $g(x) = 4 \cdot [f(x)]^2 - 12 \cdot f(x) + 9$ .**

A) 1

B) 9

C) 49

D) 81

E) 64

**15. (PSPT/CRATO) Seja a equação  $9^{x^2} - 10 \cdot 3^{x^2} + 9 = 0$ . Calcule o produto da menor raiz pela maior raiz dessa equação.**

A) -5

B) -3

C) -2

D) 0

E) 1

**16. (PSPT/CRATO) Seja  $f$  uma função real definida por**

$$f(x) = \log_2 (1 - |\log_3(x - 2)|)$$

**Determine o domínio  $D$  de  $f$  e assinale a alternativa que o representa corretamente.**

A)  $(\frac{7}{3}, 5)$

B)  $[3, 5)$

C)  $(3, 5)$

D)  $(2, 5)$

E)  $(2, 5) - \{3\}$



**17. (PSPT/CRATO)** Analise as afirmações a seguir sobre geometria plana e marque a alternativa que contém a sequência correta (V para verdadeiro, F para falso).

- ( ) Em qualquer triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa divide o triângulo em dois outros triângulos semelhantes entre si e ao triângulo original.
- ( ) Em um trapézio isósceles, as diagonais são sempre perpendiculares entre si.
- ( ) A área de um paralelogramo é dada pelo produto das medidas de dois lados adjacentes.
- ( ) As diagonais de um quadrado são congruentes e atuam como bissetrizes dos ângulos internos.
- ( ) Se dois triângulos possuem dois lados respectivamente proporcionais e o ângulo entre eles congruente, então os triângulos são semelhantes.
- A) V – V – F – V – F  
B) F – V – V – F – V  
C) F – V – F – V – F  
D) V – F – V – V – F  
E) V – F – F – V – V

**18. (PSPT/CRATO)** Seja  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  a função tangente,  $f(x) = \operatorname{tg} x$ . Considere as seguintes afirmações:

- I. O domínio  $D$  de  $f$  é o conjunto de todos os números reais exceto os valores  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- II. A função tangente é periódica com período  $\pi$ .
- III. Se  $g(x) = \arctan(\operatorname{tg} x)$ , então  $g$  coincide com  $x$  para todo  $x$  em seu domínio.
- IV. A função  $f$  é ímpar, ou seja,  $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ .
- V. No círculo unitário,  $\operatorname{tg} \theta$  é a distância do ponto  $(\cos \theta, \sin \theta)$  até a origem.

**Assinale a alternativa que contém todas as afirmações verdadeiras.**

- A) I, II e IV  
B) I, II, IV e V  
C) II, III e IV  
D) I, III e V  
E) I, II, III, IV e V

**19. (PSPT/CRATO)** Considere um ângulo  $\theta$  no ciclo trigonométrico. Analise as informações:

- I. Se  $\theta$  pertence ao primeiro quadrante, então  $\cos \theta$  e  $\operatorname{sen} \theta$  são positivos.

- II. O ângulo  $\theta' = \pi - \theta$  tem o mesmo seno que  $\theta$ .
- III. Para todo  $\theta$  no segundo quadrante,  $\cos \theta$  é negativo e  $\operatorname{tg} \theta$  é positiva.
- IV. Os pontos associados a  $\theta$  e a  $\theta + 2\pi$  são coincidentes no ciclo trigonométrico.
- V. Se  $\operatorname{tg} \theta = 2$  e  $\theta$  está no terceiro quadrante, então  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Assinale a alternativa correta.**

- A) Apenas I, II e IV são verdadeiras.  
B) Apenas I e III são verdadeiras.  
C) Apenas II, IV e V são verdadeiras.  
D) Apenas I, III e V são verdadeiras.  
E) Todas as afirmações são verdadeiras.

**20. (PSPT/CRATO)** Considere os sistemas lineares

$$S_1 : \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2 : \begin{cases} (m+1)x + y = m+2 \\ 2x + (m-1)y = m+1 \end{cases}$$

onde  $m \in \mathbb{R}$ . **Assinale a alternativa correta.**

- A) Para todo  $m \in \mathbb{R}$ , os sistemas  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes.  
B) Os sistemas  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes apenas para  $m = \sqrt{3}$ .  
C) Os sistemas  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes apenas para  $m = -\sqrt{3}$ .  
D) Os sistemas  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes apenas para  $m = \pm\sqrt{3}$ .  
E) Os sistemas  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes para todo  $m \in \mathbb{R}$ , exceto para  $m = \pm\sqrt{3}$ .

**21. (PSPT/CRATO)** Se  $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  e  $N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  o valor de  $MN^{-1} - NM^{-1}$  é:

- A)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$   
B)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$   
C)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$   
D)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$   
E)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$



**22. (PSPT/CRATO) Considere a expressão**

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)^{11}.$$

Determine o termo da expansão desse produto em potências de  $x$  que contém  $x^2$ .

- A) -8
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 8

**23. (PSPT/CRATO) Seis estudantes nomeados  $A, B, C, D, E$  e  $F$ , devem ocupar seis cadeiras enfileiradas para uma fotografia. É necessário que  $B$  e  $C$  não fiquem sentados lado a lado. Quantas disposições diferentes dos estudantes são possíveis nessa foto?**

- A) 120
- B) 240
- C) 360
- D) 480
- E) 720

**24. (PSPT/CRATO) Em uma faculdade, 40% dos estudantes estão matriculados em Engenharia e os demais em outros cursos. Sabe-se que 15% dos estudantes de Engenharia e 5% dos estudantes dos outros cursos participam de um grupo de pesquisa. Se um estudante escolhido aleatoriamente participa de um grupo de pesquisa, qual é a probabilidade de que ele seja do curso de Engenharia?**

- A)  $\frac{2}{3}$
- B)  $\frac{3}{5}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{4}{7}$
- E)  $\frac{3}{7}$

**25. (PSPT/CRATO) Sejam os polinômios**

$$p(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 + (m-1)x - 2m$$

e

$$q(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5,$$

com  $m \in \mathbb{R}$ . Suponha que  $r \in \mathbb{R}$  seja uma raiz comum de  $p(x)$  e  $q(x)$ . Encontre o valor de  $m$  para que isso ocorra.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**26. (PSPT/CRATO) Considere o polinômio quadrático**

$$p(x) = x^2 - 2(\cos \theta + \sin \theta)x + 1,$$

onde  $\theta \in [0, \pi]$ . Determine a quantidade de valores  $\theta$  para os quais  $p(x)$  possui uma raiz real dupla.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**27. (PSPT/CRATO) Encontre o menor número inteiro positivo  $m$  que satisfaça a igualdade**

$$(1 + \sqrt{3}i)^m = (\sqrt{3} - i)^m.$$

- A) 8
- B) 7
- C) 6
- D) 5
- E) 4

**28. (PSPT/CRATO) Considere um quadrado  $ABCD$  de lado 8 e um trapézio isósceles  $EFGH$  inscrito nesse quadrado. Os vértices do trapézio estão posicionados de tal forma que:**

- $E$  e  $F$  estão sobre o lado  $AB$  e o lado  $EF$  tem comprimento 6.
- $G$  está sobre o lado  $BC$  e  $H$  está sobre o lado  $AD$ .



- As bases do trapézio são paralelas aos lados horizontais do quadrado:  $EF \parallel GH \parallel DC$ .
- Os lados não paralelos são iguais,  $EH = FG$ , e medem  $\sqrt{37}$ .

**Escolhendo-se aleatoriamente um ponto  $P$  dentro do quadrado  $ABCD$ , qual é a probabilidade de que  $P$  pertença à região do trapézio  $EFGH$ ?**

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{5}{8}$
- C)  $\frac{11}{16}$
- D)  $\frac{21}{32}$
- E)  $\frac{13}{16}$

**29. (PSPT/CRATO)** O ponto  $C(1, -1)$  é o centro do quadrado  $ABCD$ . Um dos lados do quadrado está contido na reta  $r : x - 2y + 12 = 0$ . Considerando esses dados, qual das afirmações a seguir sobre o quadrado é falsa?

- A) A área do quadrado é 180
- B) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é  $x - 2y - 18 = 0$
- C) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é  $2x + y + 14 = 0$
- D) A equação da reta que representa um dos lados do quadrado é  $2x + y - 16 = 0$
- E) O perímetro do quadrado é  $12\sqrt{5}$

**30. (PSPT/CRATO)** Determine o valor de  $m^2$  para que a reta  $y = 3x + m$  seja tangente à hipérbole

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{20} = 1.$$

- A) 1
- B) 3
- C) 9
- D) 16
- E) 25